

WEGLEITUNG

für Versicherungsunternehmen betreffend

die Abschätzung des **Zufallsrisikos** der Abwicklung von **Schadenrückstellungen**
in der **Nichtleben-Versicherung**

Ausgabe vom 1. Februar 2010

Zweck

Die Versicherungsunternehmen erfassen für den SST das Abwicklungsrisiko, welches die Summe aus Parameterrisiko und Zufallsrisiko ist, gemäss dem FINMA-Rundschreiben 2008/44 „SST“ (vgl. FINMA-RS 08/44 „SST“, Rz 81). Falls möglich und angemessen werden die Modellparameter mit Hilfe von fundierten statistischen Schätzmethode ermittelt (FINMA-RS 08/44 „SST“, Rz 123).

Diese Wegleitung beschreibt eine vereinfachte Schätzmethode für das Zufallsrisiko, welche das Versicherungsunternehmen anwenden kann, um eine obere Schranke zu bestimmen, die zu einer vorsichtigen Kapitalanforderung führt (FINMA-RS 08/44 „SST“, Rz 110 ff. und 124).

Generell verwenden die bisherigen SST-Berechnungen zwei Schätzmethode, nämlich Zeitreihenanalysen und Mack.

Die Zeitreihenanalyse wird im [„Technischen Dokument zum Swiss Solvency Test“](#) des BPV empfohlen. Sie ist grundsätzlich brauchbar, wenn der Policenbestand genügend stabil bleibt, das Wachstum vernachlässigbar ist und keine Fusionen stattfinden. Aber selbst unter diesen günstigen Umständen machen die Schätzwerte in vielen Fällen von einem Jahr zum nächsten so gewaltige Sprünge, dass ihre Verwendung für die Berechnung des Zielkapitals fragwürdig wird.

Macks Methode braucht das Chain-Ladder-Verfahren als Grundlage. Sie hat den Vorteil, dass sie unter Aktuarien anerkannt ist. Ihr Nachteil im Zusammenhang mit dem SST liegt darin, dass sie nicht die Varianz des Abwicklungsergebnisses schätzt, sondern die Varianz der endgültigen Schadenlast, und die ist im Chain-Ladder-Modell höher (zum Beweis siehe Bühlmann et al. (4.17) – (4.20)¹).

Die obere Schranke des Zufallsrisikos, die in dieser Wegleitung hergeleitet wird, ist dann berechenbar, wenn die Einzelschäden durch ein Maximum beschränkt sind. Auch wenn sie nicht auf dem Chain-Ladder-Verfahren aufbaut, zielt sie vermutlich wie Macks Methode für den SST zu hoch. Gleichwohl

¹ Bühlmann, H., de Felice, M., Gisler, A., Moriconi, F. und Wüthrich, M. V. Recursive Credibility Formula for Chain Ladder Factors and the Claims Development Result. Astin Bulletin 39(1).

ist diese obere Schranke in der Praxis oft kleiner als Macks Schätzung, weshalb sie in vielen Fällen nützlich sein dürfte. Sie ergibt vor allem bei Erstversicherungsbeständen mit niedrigen Rückversicherungsprioritäten und bei Rückversicherungsbeständen von Schadenexzedenten brauchbare Schätzwerte. Das Maximum, das der Einzelschaden nicht überschreiten soll, kann eine Policenlimite, eine Rückversicherungspriorität oder eine Deckungslimite sein.

Herleitung der oberen Schranke

In der Herleitung werden nur Schäden eines einzelnen Anfalljahrs betrachtet. Falls die Abwicklungen verschiedener Anfalljahre unabhängig voneinander sind (insbesondere keine Kalenderjahreffekte aufweisen), erhält man die gesamte Varianz und ihre obere Schranke aus der Summe der einzelnen Varianzen respektive ihrer oberen Schranken.

Die Anzahl Schäden des betrachteten Anfalljahrs, die bis zum jüngsten bekannten Jahr gemeldet worden sind, sei k . In der üblichen Darstellung stehen die Werte, die zum jüngsten bekannten Jahr gehören, in der letzten Diagonalen des Abwicklungsdreiecks. b_1, b_2, \dots, b_k bezeichnen die bezahlten Beträge der k Schäden.

X_1, X_2, \dots, X_k bezeichnen die Beträge der k Schäden nach der endgültigen Abwicklung. Die Anzahl Schäden, die noch nicht gemeldet worden sind, sei N , die Beträge nach der endgültigen Abwicklung seien Y_1, Y_2, \dots, Y_N .

Die X_i ($i = 1, \dots, k$), $Z = \sum_{i=1}^k X_i + \sum_{j=1}^N Y_j$ und N sind Zufallsvariable. Es wird vorausgesetzt, dass sie unabhängig sind, dass $b_i \leq X_i$ ($i = 1, \dots, k$), dass die Y_j identisch verteilt sind und dass N Poissonverteilt ist.

Die endgültige Schadenlast des betrachteten Anfalljahres ist die Summe

$$Z = \sum_{i=1}^k X_i + \sum_{j=1}^N Y_j.$$

Bis Ende des jüngsten bekannten Jahres ist von Z erst $\sum_{i=1}^k b_i$ bezahlt. Die Differenz $Z - \sum_{i=1}^k b_i$ ist gleich dem Betrag der zukünftigen Zahlungen. Ihr Erwartungswert wird mit R bezeichnet:

$$R + \sum_{i=1}^k b_i = \sum_{i=1}^k E[X_i] + E\left[\sum_{j=1}^N Y_j\right] = \sum_{i=1}^k E[X_i] + N \cdot E[Y].$$

Falls die Einzelschäden durch ein Maximum begrenzt sind, falls also

$$X_i, Y_j \leq M$$

gilt für die Varianz von $Z - \sum_{i=1}^k b_i$

$$\text{Var}(Z - \sum_{i=1}^k b_i) \leq R \cdot M. \quad (1)$$

In der praktischen Anwendung ist der Erwartungswert der zukünftigen Zahlungen, R , nicht bekannt und muss durch einen Schätzwert \hat{R} ersetzt werden.

Herleitung

Wegen der Unabhängigkeit der X_i, Y_j und N ist die Varianz $\text{Var}(Z - \sum_{i=1}^k b_i)$ gleich der Summe der

beiden Varianzen $V_1 = \text{Var}(\sum_{i=1}^k X_i - b_i)$ und $V_2 = \text{Var}(\sum_{j=1}^N Y_j)$. Die Varianzen V_1 und V_2 sind fol-

gendermassen beschränkt:

$$\begin{aligned} V_1 &= \sum_{i=1}^k \text{Var}(X_i - b_i) = \sum_{i=1}^k E[(X_i - b_i)^2] - \sum_{i=1}^k E[X_i - b_i]^2 \leq \sum_{i=1}^k E[(M - b_i) \cdot (X_i - b_i)] - \sum_{i=1}^k E[X_i - b_i]^2 \\ &\leq M \cdot \sum_{i=1}^k E[(X_i - b_i)] \end{aligned} \quad (2)$$

Weil für Poisson-verteilte N $\text{Var}(N) = E[N]$ ist, wird

$$V_2 = E[Y]^2 \cdot \text{Var}(N) + \text{Var}(Y) \cdot E[N] = E[N] \cdot E[Y^2] \leq E[N] \cdot M \cdot E[Y].$$

Somit wird

$$\text{Var}(Z - \sum_{i=1}^k b_i) \leq M \cdot (\sum_{i=1}^k (E[X_i] - b_i) + E[N] \cdot E[Y]) = M \cdot R. \text{ Damit ist (1) bewiesen.}$$

Wenn keine Nachtragsfälle mehr zu erwarten sind, lässt sich (1) noch senken auf

$$\text{Var}(Z - \sum_{i=1}^k b_i) \leq M \cdot R - \frac{R^2}{k} \quad (3)$$

Herleitung

Es ist dann $E[N] = 0$ und $Var(Z - \sum_{i=1}^k b_i) = V_1$. Setzt man $\varepsilon_i = E[X_i - b_i] - \frac{R}{k}$, so ist

$$\sum_{i=1}^k \varepsilon_i = 0 \text{ und } \sum_{i=1}^k (E[X_i] - b_i)^2 = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2 + \frac{R^2}{k}. \text{ Dann folgt (3) aus (2).}$$